

Vereenvoudigen van logische vergelijkingen

- **formules uit de logische algebra**
 - met vallen en opstaan?
- **Venn-diagrammen**
 - tot 3 variabelen
- **een Karnaugh-kaart**
 - in principe tot 6 variabelen
 - handig tot 4 variabelen
- **de methode van Quine en McCluskey**
 - onbeperkt aantal variabelen
 - algoritme geschikt voor computerprogramma

Karnaugh kaarten

DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

KARNAUGH-KAART MET 2 VERANDERLIJEN

- **Principe van een Karnaugh-kaart:**
elk vakje verschilt in net 1 bit van een buurvak (volledig rakende zijkant)

B\A	0	1
0	$m_0 = \bar{A} \cdot \bar{B}$	$m_2 = A \cdot \bar{B}$
1	$m_1 = \bar{A} \cdot B$	$m_3 = A \cdot B$

- **Invullen functie**
bv. $f(A,B) = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{B} + A \cdot B$

A	B	f(A,B)
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

	A	0	1
B	0	1	1
	1	0	1

	A	0	1
B	0	1	1
	1	0	1

Karnaugh kaarten

DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

KARNAUGH-KAART MET 2 VERANDERLIJEN

- Vereenvoudiging met Karnaugh-kaart:
 - groepeer twee naburige cellen die elk een 1 bevatten
 - noteer alleen de (toestand van) de gemeenschappelijke variabele

$\bar{A}.B$ $A.B$

B

– algebraïsche controle: $\bar{A}.B + A.B = (\bar{A} + A).B = 1.B = B$

Karnaugh kaarten
DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

KARNAUGH-KAART MET 2 VERANDERLIJEN

- Voorbeeld: $f(A,B) = \bar{A}.\bar{B} + A.\bar{B} + A.B$

A	B	f(A,B)
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$f(A,B) = \bar{B} + A$

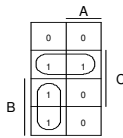
Karnaugh kaarten
DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

KARNAUGH-KAART MET 3 VERANDERLIJEN

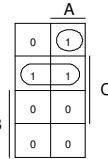
- kaart mag in gedachten dichtgeplooid worden van boven naar beneden (en van rechts naar links)
- vereenvoudigen = groeperen : groepeer alle énen met zo weinig mogelijk zo groot mogelijke groepen (2, 4, 8 ééntjes)

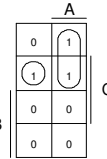
Opgelet met de volgorde!!!

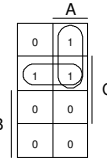
BCVA	0	1
00	$m_0 = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$	$m_4 = A.\bar{B}.\bar{C}$
01	$m_1 = \bar{A}.\bar{B}.C$	$m_5 = A.\bar{B}.C$
11	$m_3 = \bar{A}.B.C$	$m_7 = A.B.C$
10	$m_2 = \bar{A}.B.\bar{C}$	$m_6 = A.B.\bar{C}$



$f(A,B,C) = \bar{B}.C + \bar{A}.B$



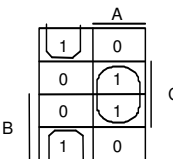




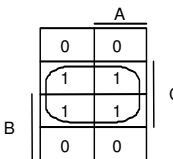
$f(A,B,C) = \bar{B}.C + A.B.C = \bar{A}.B + \bar{A}.B.C = \bar{A}.B + \bar{B}.C$

Karnaugh kaarten DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

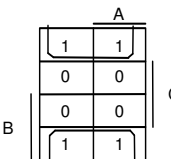
KARNAUGH-KAART MET 3 VERANDERLIJEN



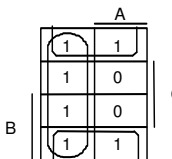
$f = \bar{A}.\bar{C} + A.C$
 $= A \oplus C$



$f = C$



$f = \bar{C}$



$f = \bar{A} + \bar{C}$

Karnaugh kaarten DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

KARNAUGH-KAART MET 4 VERANDERLIJEN

Opgelet met de volgorde!!!

AB	00	01	11	10
CD	00	01	11	10
00	$m_0 = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D}$	$m_4 = \overline{A}.B.\overline{C}.\overline{D}$	$m_{12} = A.B.\overline{C}.\overline{D}$	$m_8 = A.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D}$
01	$m_1 = \overline{A}.\overline{B}.C.D$	$m_5 = \overline{A}.B.C.D$	$m_{13} = A.B.C.D$	$m_9 = A.\overline{B}.C.D$
11	$m_3 = \overline{A}.B.C.D$	$m_7 = \overline{A}.B.C.D$	$m_{15} = A.B.C.D$	$m_{11} = A.\overline{B}.C.D$
10	$m_2 = \overline{A}.\overline{B}.C.\overline{D}$	$m_6 = \overline{A}.B.C.\overline{D}$	$m_{14} = A.B.C.\overline{D}$	$m_{10} = A.\overline{B}.C.\overline{D}$

Karnaugh kaarten
DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

KARNAUGH-KAART MET 4 VERANDERLIJEN

$f(A,B,C,D) = \Sigma m(0,2,6,7,9,13,14,15)$

$f(A,B,C,D) = B.C + A.C.D + A.B.D$

$f(A,B,C,D) = \Sigma m(0,1,2,3,8,9,10,12,13)$

$f(A,B,C,D) = \overline{A}.B + A.C + B.D$

$f(A,B,C,D) = \Sigma m(0,1,2,3,8,9,10,11,13,15)$

$f(A,B,C,D) = \overline{B} + A.D$

Karnaugh kaarten
DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

KARNAUGH-KAART MET 4 VERANDERLIJEN

Opgave 1 : Zoek de vereenvoudigde formule voor $X=f(A,B,C,D)$ uitgaande van deze Karnaugh-kaart.

		AB		A	
		00	01		
CD	00	0	1	1	0
	01	1	0	1	1
	11	0	0	0	0
	10	1	1	1	1
		B		D	

Karnaugh kaarten DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

KARNAUGH-KAART MET 4 VERANDERLIJEN

Opgave 2 : Zoek de vereenvoudigde formule voor $G=f(W,X,Y,Z)$ uitgaande van deze waarheidstabel.

W	X	Y	Z	G
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

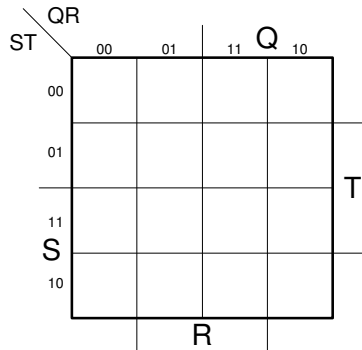
		WX		W	
		00	01		
YZ	00				
	01				
	11				
	10				
		X		Z	

Karnaugh kaarten DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

KARNAUGH-KAART MET 4 VERANDERLIJEN

Opgave 3 : Zoek de vereenvoudigde formule voor $X=f(Q,R,S,T)$ uitgaande van volgende vergelijking.

$$X = \bar{Q}\bar{R}\bar{S}\bar{T} + Q\bar{R}S\bar{T} + Q\bar{R}\bar{S}T + \bar{R}\bar{S}T + \bar{Q}\bar{R}S\bar{T} + Q\bar{R}\bar{S}\bar{T}$$



Karnaugh kaarten

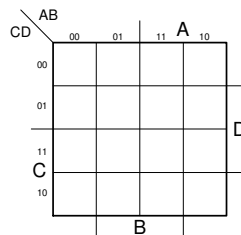
KARNAUGH-KAART MET 4 VERANDERLIJEN

Opgave 4 : Zoek de vereenvoudigde formule uitgaande van volgende omschrijving.

In een chemisch proces worden 4 temperatuursensoren gebruikt om te detecteren of de temperatuur in een vloeistoftank een limietwaarde overschrijdt. De sensoren leveren een hoog signaal af als de gemeten waarde hoger wordt dan de ingestelde maximale waarde.

Ontwerp een schakeling die een alarm genereert als minstens twee sensoren een te hoge temperatuur registreren.

A	B	C	D	X
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

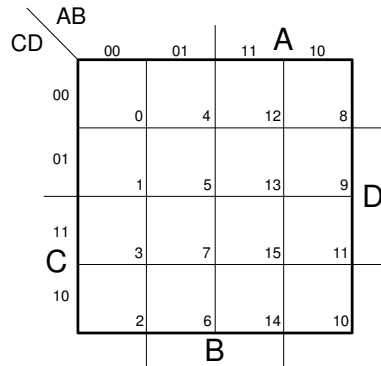


Karnaugh kaarten

KARNAUGH-KAART MET 4 VERANDERLIJEN

Opgave 5 : Zoek de vereenvoudigde formule uitgaande van volgende som van mintermen.

$$Y = \Sigma(0,1,2,3,5,7,8,10,12,13,14,15)$$



Karnaugh kaarten

KARNAUGH-KAART MET 4 VERANDERLIJEN

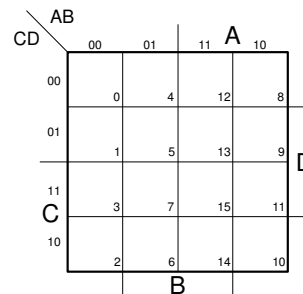
Opgave 6 : Zoek de vereenvoudigde formule uitgaande van volgende omschrijving.

We stellen de 12 maanden van het jaar voor met een 4-bits code, die overeenstemt met hun decimale volgnummer: januari = $0001_2=1_{10}$, ..., december = $1100_2=12_{10}$.

Stel een waarheidstabel op die aangeeft welke maand 31 dagen heeft.

De binaire codes die geen overeenstemmende maand hebben (0, 13, 14, 15) behandelen we als 'don't care'. Zoek de vereenvoudigde functie met behulp van een Karnaugh-kaart.

maand	A	B	C	D	M31
-	0	0	0	0	
Januari	0	0	0	1	
Februari	0	0	1	0	
Maart	0	0	1	1	
April	0	1	0	0	
Mei	0	1	0	1	
Juni	0	1	1	0	
Juli	0	1	1	1	
Augustus	1	0	0	0	
September	1	0	0	1	
Oktober	1	0	1	0	
November	1	0	1	1	
December	1	1	0	0	
-	1	1	0	1	
-	1	1	1	0	
-	1	1	1	1	



$$M_{31} =$$

Karnaugh kaarten

Don't care

- Als combinaties van de ingangssignalen niet kunnen voorkomen (*can't happen*)
- Als combinaties van de ingangssignalen onbelangrijk zijn (*don't care*)
- invulwijze: X
- X kan naar keuze als 0 of 1 geïnterpreteerd worden, al naargelang het de eenvoudigste uitdrukking oplevert.

Karnaugh kaarten DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT

Opgave : BCD-code naar 7-segment code

De input is een 4 bit bcd getal

De controle signalen voor het display zijn de output

4 inputs A, B, C, D

7 outputs C0 — C6

Blok Diagram

Karnaugh kaarten DIGITALE ELEKTRONICA 1PBa-ELO/ICT